

البرمجة الخطية بالأهداف

عبير سالم عبدربه عمر^{1*}

¹ قسم الإحصاء والمعلوماتية، كلية العلوم الإدارية، جامعة عدن، اليمن

* الباحث الممثل: عبير سالم عبدربه عمر؛ البريد الإلكتروني: abeer.salem11985@gmail.com

استلم في: 31 يناير 2026 / قبل في: 21 فبراير 2026 / نشر في: 31 مارس 2026

المُلخَص

هدفت الدراسة الى إعطاء الباحثين فكرة عن البرمجة بالأهداف وأهميتها التطبيقية وكذلك أهميتها لأساليب بحوث العمليات الأخرى، حيث تعتبر البرمجة بالأهداف فئة جزئية من أساليب البرمجة الرياضية، حيث تناولت الدراسة مفاهيم البرمجة بالهدف وكيفية صياغة المشكلة وحيدة الهدف والمشكلة متعددة الأهداف وكذلك ترتيب الأهداف حسب أولويتها مع إعطاء أمثلة تطبيقية لتوضيح فكرتها للقارئ حتى يتسنى فهمها. توصلت الدراسة الى ان:-

- 1- البرمجة بالأهداف تساعد المؤسسة في تخصيص الموارد بحيث يحقق هذا التخصيص أفضل النتائج لتخصيص الموارد المحدودة على عدد من الأنشطة المتنافسة بهدف زيادة الأرباح وتقليل التكاليف وبالتالي اتخاذ القرارات المناسبة.
- 2- انه يمكن استخدام البرمجة بالأهداف في حالة ندره الموارد، وهذه الندرة تمثل أهم القيود التي تخضع لها الإدارة في سعيها لتحقيق الهدف، وتكون هذه القيود على شكل متباينات تسمى بالقيود الهيكلية.
- 3- وجود بدائل مختلفة لتحقيق الهدف حيث توجد أساليب علمية لمزج الموارد للوصول الى الهدف ويكون لكل بديل عائد متوقع.
- 4- ان برمجة الأهداف تعمل من خلال هدف رئيسي واحد وأهداف أخرى فرعية أو مجموعة من الأهداف المختلفة وبالتالي فان متغيرات القرار ليس بالضرورة أن تكون متجانسة على عكس البرمجة الخطية التي تعمل من خلال هدف واحد يشترط فيها ان تكون متغيرات القرار متجانسة.

الكلمات المفتاحية: برمجة الأهداف؛ البرمجة وحيدة الهدف؛ البرمجة متعددة الأهداف؛ متغير داخل؛ متغير خارج.

المقدمة:-

بدأ الاهتمام والتفكير في استخدام وتطوير الأساليب المختلفة لمشاكل البرمجة الخطية متعددة الأهداف منذ بداية الستينات من القرن الماضي عند تنفيذ برنامج الفضاء الأمريكي أبولو Apollo program عندما واجه العالم Ignazio بعض المشاكل في تصميم نظم الاتصالات الهوائية التي يجب ان تحقق عدد من الأهداف المتعارضة Conflicting objectives حيث أمكن صياغة هذه المشاكل في صورة نماذج برمجة غير خطية متعددة الأهداف المتعارضة والمعقدة أيضاً مما أدى إلى تطوير واتساع نطاق استخدام أسلوب برمجة الهدف (goal programming approach).

ونظراً لأن معظم المشاكل الفعلية الاجتماعية، الاقتصادية، السياسية، الصناعية..... الخ

تندرج تحت المشاكل التي يهدف متخذ القرار فيها إلى الحصول على أفضل حلول توافقيه لها، لذلك استخدمت أساليب برمجة الهدف " goal programming approaches" على نطاق واسع في حل العديد من المشاكل المالية والإدارية في القطاعات المالية والبنوك. كذلك في المراقبة المالية والتخطيط المالي، وفي تخطيط القطاعات الكيميائية والطبية والبيئة (عفاف، 2013).

وتستخدم البرمجة بالأهداف في حالة تعدد الأهداف، وتتضح أهميتها من حقيقة ان البرمجة الخطية تقاس دالة الهدف فيها في اتجاه واحد فقط اما ربح أو خسارة أي بعبارة أخرى يستحيل ان تشمل دالة الهدف على أكثر من هدف مثل الربحية والإنتاجية والتكلفة الا إذا أمكن قياس هذه الاتجاهات بوحدات قياس موحد (مجاهد، 96)

مشكلة الدراسة:-

تتلخص مشكلة الدراسة في وجود عدد من الأهداف التي تسعى المؤسسة إلى تحقيقها لذا يجب البحث عن أسلوب لترتيب الأهداف حسب أولويتها والسعي لتحقيقها للوصول الى هدف المؤسسة المتمثل في زيادة الأرباح أو تقليل التكاليف.

ويمكن إبراز مشكلة الدراسة من خلال التساؤل الآتي:

اي الأهداف الأكثر أهمية الموضوعة أمام الشركة والتي تسعى لتحقيقها حسب أهميتها؟

أهداف الدراسة:-

هدفت الدراسة الى إعطاء فكره عن البرمجة بالأهداف والفرق بينها وبين البرمجة الخطية، وأنواع البرمجة بالأهداف وكيفية صياغة نموذج البرمجة بالأهداف والحالات المختلفة لحل البرمجة بالأهداف.

منهجية الدراسة:-

اعتمدت الدراسة على المنهج الوصفي المتمثل في عرض البرمجة بالأهداف وانواعها وطرق حلها وكذا المنهج التحليلي من خلال تقديم الأمثلة التطبيقية لكيفية حل نموذج البرمجة بالأهداف بالطريقة اليدوية.

مكونات الدراسة:-

تتكون الدراسة من مبحثين:

المبحث الأول:- يتضمن فكرة شاملة عن برمجة الأهداف.

المبحث الثاني:- الجانب التطبيقي.

الدراسات السابقة

1- دراسة Leung, Yue and Lai 2003 استخدام البرمجة الهدفية في التخطيط المالي:

هدفت الدراسة الى:

1. تدنية التكاليف الاجمالية للإنتاج.

2. تدنية تكاليف الاحتفاظ والانقطاع عن المخزون.

3. تدنية مقدار التغير في العمالة.

وتوصلت الدراسة الى ان التكلفة الاجمالية تقدر بـ 36407350 د.ج حيث أوضحت الدراسة ان استخدام البرمجة الخطية بالأهداف المقترح افضل لان تكلفة الخطة الاجمالية فيه اقل وهذا يعني ان البرمجة الرياضية بالأهداف تساعد المديرين في المؤسسات الصناعية الجزائرية بحل مشكلة التخطيط الإجمالي للإنتاج وتساهم في تحقيق عدة اهداف للمؤسسة في ان واحد كما انها تقوم بمواجهة الطلب المتوقع بادنى التكاليف كما توصلت الدراسة إلى فعالية البرمجة الرياضية المتعددة الأهداف في حل مشكلة تخطيط الإنتاج بصفه عامة والتخطيط الإجمالي للإنتاج بصفة خاصة.

حيث اكدت النتائج ان استعمال النتائج الكمية يؤدي الى استغلال أمثل للموارد المتاحة في المؤسسة وذلك عن طريق استخدام التوفيقه المثلى من حجم الإنتاج وحجم العمالة وحجم المخزون التي يمكن ان تواجه بها المؤسسات الصناعية الجزائرية تقلبات الطلب على منتجاتها بالشكل التي يقودها لتحقيق ثلاثة اهداف وهي تدنية تكاليف الإنتاج والعمالة وتدنية تكاليف التخزين وتدنية مقدار التغير في العمالة.

2- انواع نماذج البرمجة الخطية بالأهداف المبهمة في اتخاذ القرار مع دراسة حالة لعملية الائتمان في بنك التنمية المحلية

بمغنية (2014) Mousslim, Houcine

هدفت هذه الدراسة إلى التعرف على كيفية تغلب المدير او المسؤول على الصعوبة في اتخاذ القرار المعقد في حالة تعدد الاهداف وذلك بالتطبيق على عملية الائتمان في بنك التنمية المحلية (BDL) باستخدام برمجة الأهداف المتعددة للقيم المستهدفة .

توصلت الدراسة إلى أن هذا البرنامج يمكن استخدامه للتعبير عن ابهام أو افضليات متخذ القرارات المتعلقة بالأهداف حيث يمكن تطبيق هذا النموذج مستقبلا في عدة ميادين اقتصادية وإدارة الأعمال وخاصةً عمليات الائتمان وكذا تخصصات أخرى متعلقة بمشاكل اتخاذ القرارات في الحياة العملية.

3- البرمجة بالأهداف كتقنية لاتخاذ القرار متعدد المعايير (نسيمه لعرج مجاهد، عمر تقاسم المجلة الجزائرية للاقتصاد والمالية Volume

4, Numero1, pages 7-31(15/4/2017).

هدفت الدراسة إلى استعراض لمختلف متغيرات البرمجة بالأهداف وتطبيقاتها وكذا اظهار مختلف أنواع مشاكل برمجة الأهداف وطرق التغلب عليها وكيفية معالجة المشاكل التي تواجه متخذ القرار في ظل تعدد وتعارض الأهداف.

توصلت الدراسة إلى أن نموذج البرمجة بالأهداف يعتبر أحد الأساليب الكمية الهامة التي تستحق كل الاهتمام من قبل الباحثين، حيث تعتبر من أنسب أساليب بحوث العمليات نظراً للعديد من المزايا التي يتصف بها.

4- ادارة موجودات ومطلوبات البنوك باستخدام نموذج البرمجة الخطية بالأهداف المبهمة دراسة تطبيقية على بنك Cpa (بن مسعود نصر الدين، مسعودي حورية). (01/12/2024) - 301, Volume 8 , Numero 2, Pages 282

هدفت الدراسة إلى محاولة إدخال الأساليب الرياضية الحديثة في إدارة مطلوبات موجودات البنوك من خلال تطبيق نموذج البرمجة الخطية بالأهداف المبهمة ، وتم تطبيق ذلك على ميزانية بنك للقبض الشعبي الوطنية (2021-2022).

وتوصلت الدراسة بالاستعانة ببرنامج(LINGO 2018) إلى أن هذا النموذج من بين الطرق العملية الأكثر فعالية في تحقيق توليفة مثلى لعناصر ميزانية البنوك في ظل مجموعة من القيود وبيئة مبهمة.

البرمجة بالأهداف الخطية

"تعريف البرمجة الخطية بالأهداف" :-

هي امتداد لنموذج البرمجة الخطية في حالة ان المؤسسة لا تسعى لتحقيق هدف واحد وإنما هي مجردة لتحقيق عدة اهداف نتيجة لمتطلبات الحياة العملية.

وقد عرفها " Belaid Aouni 98 " :-

بانه هو ذلك النموذج الذي يأخذ بعين الاعتبار عدة اهداف دفعه واحدة ويكون ذلك تحت اختيار الحل الأمثل من بين الحلول الممكنة.

في حين عرفه " M. Tamz and C. Rameo " عام " 98 " :-

بان برمجة الأهداف هي طريقة رياضية تميل الى المرونة والواقعية في حل المسائل القرارية المعقدة والتي تأخذ بعين الاعتبار عدة اهداف والعديد من المتغيرات والقيود مما سبق نستطيع القول ان نموذج البرمجة بالأهداف يهتم بالتطبيق الرياضي لحل المشاكل وذلك باختيار أفضل بديل من بين البدائل المتاحة.

حيث تستخدم أسلوب البرمجة بالأهداف " GP " في اتخاذ القرارات لمسائل تتضمن عدة اهداف متناقضة إذ ان كتابة هذه القيود في المسألة سوف يؤدي الى عدم إمكانية الوصول الى حل ممكن للمسألة ومن هذا الأساس فإن بعض من هذه الأهداف سوف تدخل ضمن دالة الهدف لذلك فإن هذا الأسلوب يعتبر من الأساليب الأكثر نجاحاً في التعامل مع مسائل الواقع العملي التي غالباً ما يحتاج متخذ القرار الى تحقيق عدة اهداف في وقت واحد مثل الحفاظ على استقرار الأرباح او إمكانية كل الطاقة التشغيلية للمكائن او تقديم الخدمة لأكبر عدد ممكن من الأشخاص المستفيدين منها وغير ذلك. والفكرة الأساسية لهذا النوع من البرمجة هي إرساء هدف عددي محدد لكل هذه الأهداف أي صياغة الدالة لكل هدف ومن ثم البحث عن حل يصغر مجموع انحرافات دوال الهدف من أهدافها الخاصة بكل منها (حامد سعد الشمري، علي خليل الزبيدي، مجلة التقني المجلد عشرون العدد(2) 2007).

الفرق بين البرمجة الخطية والبرمجة بالأهداف:

البرمجة الخطية:

هي أسلوب كمي يستخدم لمساعدة المنظمة في تخصيص مواردها المحددة حيث يمكن تعريف بانها نموذج لتخصيص الموارد يسعى الى تحقيق أفضل تخصيص للموارد المحدودة لعدد من الأنشطة المتنافسة.

وهي عبارة عن نموذج رياضي يستخدم للمساعدة في التخطيط واتخاذ القرارات المتعلقة بالتوزيع الأمثل للموارد المتاحة بهدف زيادة الأرباح او تقليل التكاليف والمقصود بالبرمجة هنا هو وضع المشكلة محل الدراسة في هيئة نموذج رياضي نسعى لحله.

مما سبق نستطيع القول ان النماذج الخطية هي:

1. أسلوب رياضي.
2. هدف البرمجة الخطية اما تعظيم الربح او تقليل التكلفة.
3. تستخدم البرمجة الخطية في حل المشاكل الإدارية المتعلقة بتوزيع الموارد المحدودة على عدد من الاستخدامات المتباينة.
4. الوصول إلى أفضل توزيع من خلال إعطاء الإدارة المعلومات التي تمكنها من اتخاذ القرارات الفعالة فيما يخص الموارد الواقعة تحت عرضها.

فرضيات البرمجة الخطية:

1. فرضية التأكد التام (Certainty):

ويقصد بهذه الفرضية ان كافة عناصر المشكلة محددة ومؤكدة. وهي تقتصر في تطبيقها على المشاكل التي تكون في حالة تأكد تام حيث يكون الشخص القائم بتعريف المشكلة على علم تام بالظروف والعلاقات التي ستسود في المستقبل، وهذا يتنافى مع الواقع العملي القائم على عدم التأكد.

2. الفرضية التناسبية (proportionality)

ويقصد بها ان الكميات التي يتم استخدامها من الموارد المختلفة تتناسب مع احتياجات العوامل المختلفة من كل هذه الموارد.

3. الإضافية (Additivity):

وهذا يعني لا يوجد تداخل بين الفعاليات او الأنشطة المختلفة، فهذا يعني اننا لو اخذنا مستويات النشاط (x_1, x_2, \dots, x_n) فإن الاستعمال الكلي لكل مصدر وكذلك معيار الإنجاز الكلي الناتج عن هذه الأنشطة يساوي مجموع الكميات المتولدة او الناجمة عن كل الأنشطة الفردية.

4. قابلية القسمة او الكسرية (Divisibility or fractionality):

ان الحل الذي نحصل عليه من البرمجة الخطية ليس بالضرورة ان يكون بأعداد صحيحة وبما انه من الصعب انتاج أجزاء من المنتج فعند ذلك يمكن اللجوء الى البرمجة بالأعداد الصحيحة " integer programming " .

5. عدم السالبية (Non- negativity):

أي ان متغيرات القرار جميعها يجب ان تكون موجبة او صفرية وذلك لأنها تمثل الكميات المنتجة فإما ان يكون هناك إنتاج او عدم وجود إنتاج.

شروط استخدام البرمجة الخطية:-

1. استخدامها في حالة ندرة الموارد، وهذه الندرة تمثل أحد اهم القيود التي تخضع لها الإدارة في سعيها لتحقيق الهدف وتكون على شكل متباينات تسمى بالقيود الهيكلية " Structural constraints "
2. يجب ان يكون هناك هدف ومعبر عنه بطريقة كمية وعادة ما يكون الهدف هو تحقيق اقصى ربح او اقل كلفة.
3. وجود بدائل مختلفة لتحقيق الهدف فيجب ان يكون هناك اساليب علمية لمنح الموارد للوصول الى الهدف حيث يكون لكل بديل عائد متوقع. ويجب علينا اختيار البديل الأمثل الذي يعطي أكبر عائد ممكن.
4. يفترض ان تكون العلاقة بين المتغيرات خطية أي من الدرجة الأولى والتي يمكن تمثيلها بيانياً بخط مستقيم أي ان التغير في احد المتغيرات يؤدي الى تغير مناسباً في المتغير الاخر (محمد احمد مصطفى جمعه طالب ماجستير محاسبة مالية جامعة طنطا (2014-) 2015 البرمجة الخطية وبرمجة الأهداف.

برمجة الأهداف:

ذكرنا فيما سبق ان البرمجة الخطية تعمل من خلال هدف واحد ومعبراً عنه بدالة هدف خطية كما ان متغيرات القرار يجب ان تكون متجانسة، الا ان برمجة الأهداف تعمل من خلال هدف رئيسي واحد واهداف فرعية او مجموعة من الأهداف المختلفة وفي هذه الحالة فان متغيرات القرار ليس شرطاً ان تكون متجانسة أي ان وحدات قياس متغيرات القرار يمكن ان تكون مختلفة وذلك نتيجة لاختلاف الأهداف كما انه في حالة برمجة الأهداف يحدد الأهمية النسبية لكل هدف من الأهداف التي تعمل الإدارة على تحقيقها.

وتحاول البرمجة بالأهداف تخفيض او الغاء الانحرافات غير المرغوب فيها عن الأهداف المحددة الى أدنى حد ممكن.

ومما سبق يمكننا تعريف نموذج برمجة الأهداف:

هو امتداد لنموذج البرمجة الخطية يمكننا من معالجة المشاكل التي تتضمن اهداف رئيسية متعددة واهداف فرعية متعددة حتى لو كانت متعارضة كما ان دالة الهدف في نموذج برمجة الأهداف قد تشمل وحدات قياس غير متجانسة او اوزان، عملات، وحدات إنتاج، ويتم معالجة الأهداف حسب أهميتها.

وتقوم برمجة الأهداف على مبدأ أساسي. هو ان متخذي القرار لا ينظرون عادة الى الحلول المثلى انه ليس هدفهم الوصول الى الحل الأمثل خاصة في حالة ان تكون الأهداف متعارضة ولكن يتطلعون الى حلول مقبولة او قريبة من الحل الأمثل.

وتوجد عدة تعريفات لبرمجة الهدف الا اننا يمكن ان نؤجر هذه التعريفات في التعريف الاتي:

هو نموذج رياضي يسعى لمعالجة المواقف المتعارضة والمتعددة من خلال ترتيب أولويات تحقيق الأهداف المحددة مسبقاً الى أدنى حد ممكن. وذلك من خلال تحديد قيم متغيرات القرار وبذلك فهي تعتبر تقنية لحل مشكلات القرارات المتعددة ضمن الاطار العام للبرمجة الخطية (محمد احمد مصطفى 2015) جامعة طنطا "مرجع سابق"

ويمكن عمل مقارنة بين البرمجة الخطية و برمجة الأهداف على النحو الآتي:

برمجة الأهداف	البرمجة الخطية	وجه المقارنة
إشباع	الوصول الى الحل الأمثل	الغرض او الهدف
خطية وغير خطية	خطية	التعبيرات الكمية
اهداف متعددة، عدد من القيود، متغيرات الانحراف عن تحقيق الهدف	هدف واحد، عدد من القيود، متغيرات قرارية	مكونات النموذج (دالة الهدف)
مرتبة حسب الاهمية	اهمية متساوية	القيود والاهداف

صياغة نموذج البرمجة بالأهداف

تمت أول صياغة لنموذج البرمجة بالأهداف على يد كل من "cooper and charnes 1961" حيث يهدف هذا النموذج إلى الحصول على الحل الأمثل لمجموعة من الأهداف عن طريق اختيار متغيرات لقرار x_1, x_2, \dots, x_n والتي تقوم بتدنية مجموع الفروق أو الإنحرافات لدالة الاقتصادية للأهداف التي يحددها المقرر والتي تراعي مجموعة من القيود وعلية سيكون الشكل الرياضي لبرمجة الأهداف على النحو الآتي:

$$z = \sum_{i=1}^p (\bar{R}_i + \bar{R}_i) \rightarrow Min$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - \bar{R}_i + \bar{R}_i = g_i$$

$$c_x \leq c$$

$$x_j \geq 0$$

$$\bar{R}_i, \bar{R}_i \geq 0$$

حيث

g_i القيمة المستهدفة المراد الوصول اليها للهدف رقم (1)

x_j متغير القرار , (j=1,2,...,n)

a_{ij} معامل مساهمة متغير القرار في تحقيق القيمة المستهدفة

c_x مصفوفة المعاملات المتعلقة بقيود النموذج

c شعاع الموارد المتاحة

\bar{R}_i الانحراف الموجب والذي يعكس مقدار الزيادة في تحقيق الهدف

\bar{R}_i الانحراف السالب والذي يعكس مقدار الفشل في تحقيق الهدف.

ويكون جداء الانحرافات معدوماً لأنه لا يمكن تحقيقها معاً (انيسة بن رمضان واخرون 2011)

أنواع البرمجة بالأهداف

أولاً:- البرمجة بالأهداف المرجحة

حيث ترتب فيها الأهداف حسب أهميتها بحيث تعطى نسبة أوليه لكل هدف حسب أهميته فالهدف الأكثر أهمية يعطى له وزن أكبر من الأهداف الأقل أهمية.

ثانياً:- البرمجة بالأهداف اليكسيكوغرافية:-

وهذا النوع طبق في عدة مجالات مثل المالية، والتسيير للموارد البشرية، التخطيط الاقتصادي، الإنتاج، الاستثمار وتعتبر من بين المتغيرات لنموذج الأهداف المراد تحقيقها ضمن فئات مختلفة الأولوية، ويتم ذلك من خلال تقسيم الأهداف الى أقسام ودرجات مرتبة ترتيباً تنازلياً مما يعكس درجة أولوية بعض الأهداف بالمقارنة مع الأخرى فمثلاً: أهداف درجة الأولوية الأولى ذات أولوية أهم من أهداف درجة الأولوية الثانية ويشمل هذا النوع من البرمجة بالأهداف على المراحل التالية:-

- تحديد جميع الأهداف التي تأخذ بعين الاعتبار.

- وضع النتيجة المطلوبة أو مستوى الطموح بالنسبة لكل هدف.
- توزيع هذه الأهداف إلى فئات مراقبة حسب درجة الأولوية.
- حل بتسلسل كل نموذج رياضي خطي جزئي متعلق بدرجة أولية.

طرق حل البرمجة بالأهداف

توجد ثلاث طرق لحل البرمجة بالأهداف هي :

حالة الهدف الواحد.

1- حالة تساوي الأهداف في الأهمية.

2- حالة عدم تساوي الأهداف في الأهمية.

ولتوضيح كيفية حل النموذج في حالة وجود عدة أهداف (البرمجة بالأهداف) نأخذ المثال الآتي:-

افترض أن مصنعاً يقوم بإنتاج نوعين من المنتجات وليكن أبواب ونوافذ والتي يجب أن تتم بواسطة نوعين من الآلات وأن عدد الساعات المتاحة على الآت النوع الأول 60 ساعة وعدد ساعات العمل المتاحة على الآت النوع الثاني لا تتعدى 48 ساعة فإذا كان الباب يحتاج إلى 4 ساعات على الآلة الأولى ويحتاج إلى ساعتين على الآلة الثانية والنافذة تحتاج إلى ساعتين على الآلة من النوع الأول و4 ساعات على الآلة من النوع الثاني وكان ربح الباب 8 جنية وربح النافذة 6 جنية فما هي أفضل توليفة يجني المصنع من ورائها أكبر ربح ممكن ؟

الحل:-

أولاً يجب علينا تحويل المشكلة من صيغتها النصية إلى صيغة نموذج خطي حتى يتسنى لنا حل النموذج والوصول إلى الهدف المنشود وذلك على النحو الآتي:-

$$z = 8x_1 + 6x_2 \rightarrow \text{Max}$$

s.t

$$4x_1 + 2x_2 \leq 60$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 48$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

بعدها نقوم بحل النموذج باستخدام الطريقة المبسطة (السمبلكس)

ونقوم بإعداد جدول الحل الأساسي الأولي على النحو الآتي:

متغيرات أساسية	x_1	x_2	S_1	S_2	الحل
S_1	4	2	1	0	متغير خارج → 60
S_2	2	4	0	1	48
Z	-8	-6	0	0	0

↑ متغير داخل

وبعدها نقوم بإعداد جدول الحل المسموح به الثاني على النحو الآتي:

متغيرات أساسية	x_1	x_2	S_1	S_2	الحل
x_1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	15
S_2	0	3	$-\frac{1}{2}$	1	خارج متغير → 18
Z	0	-2	2	0	120

↑ متغير داخل

بما انه لاتزال دالة الهدف تحتوي على إشارة سالبة فهذا يعني اننا لم نتوصل الى الحل الأمثل لذا نقوم بتكوين جدول الحل الثالث المسموح به

متغيرات أساسية	x_1	x_2	S_1	S_2	الحل
x_1	1	0	$-1/12$	$-1/6$	12
x_2	0	1	$1/6$	$1/3$	6
Z	0	0	$7/3$	$2/3$	132

بما أن دالة الهدف لا تحتوي على إشارات سالبة فهذا يعني اننا توصلنا للحل الأمثل وهو

$$Z = 132, x_1 = 12, x_2 = 6$$

بمعنى انه عند انتاج "12" باب و "6" نوافذ يتحقق ربح مقداره 132 جنية.

فاذا افترضنا أن الهدف الذي يسعى المصنع لتحقيقه هو تعظيم الربح ليصبح أكثر من 132 جنية أي يريد تحقيق ربح مقداره 140 جنية , ففي هذه الحالة يكون لدينا النوع الأول من البرمجة متعددة الأهداف وهي البرمجة وحيدة الهدف ولحل مثل النموذج نقوم بالاتي:

نفرض ان R_1 هي كمية الربح الذي حققناه في النموذج السابق (و يتم التعبير عنها بمقدار الفشل في تحقيق الهدف الجديد) وان R_2 هي كمية الربح الذي نرغب في زيادته وعليه فان

الهدف هنا هو تصغير R_1 أي بمعنى آخر تصغير الفشل في تحقيق الهدف الجديد والذي هو زيادة الربح عن "132" فالتالي يمكن صياغة النموذج السابق على النحو الاتي:-

$$8x_1 + 6x_2 + R_1 - R_2 = 140$$

s.t

$$4x_1 + 2x_2 \leq 60$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 48$$

وبعدها نقوم بحل النموذج السابق باستخدام طريقة السمبلكس بإضافة المتغيرات العاطلة التي توضح مقدار الطاقة الإنتاجية الغير مستغلة وتصيح القيود السالفة الذكر بالشكل الاتي:-

$$8x_1 + 6x_2 + R_1 - R_2 = 140$$

$$4x_1 + 2x_2 + s_1 = 60$$

$$2x_1 + 4x_2 + s_2 = 48$$

وعليه يكون جدول الحل الأساسي الأولي المسموح به على النحو الآتي:-

متغيرات اساسية	x_1	x_2	s_1	s_2	R_1	R_2	الحل
s_1	4	2	1	0	0	0	60م.خ
s_2	2	4	0	1	0	0	48
R_1	-8	-6	0	0	1	-1	140

م.د

من الجدول الاولي يتضح أن المتغير الداخل في جدول الحل الأساسي الثاني هو x_1 والمتغير الخارج هو s_1 وعليه يكون جدول الحل الثاني المسموح به على النحو الاتي:-

متغيرات اساسية	x_1	x_2	s_1	s_2	R_1	R_2	الحل
x_1	1	$1/2$	$1/4$	0	0	0	15
s_2	0	3	$-1/2$	1	0	0	18م.خ
R_1	0	-2	2	0	-1	1	20

م.د

بما ان دالة الهدف لاتزال تحتوي على إشارة سالبة فهذا يعني اننا لم نتوصل للحل الأمثل لذا ننتقل الى جدول الحل الثالث المسموح به

متغيرات اساسية	x_1	x_2	s_1	s_2	R_1	R_2	الحل
x_1	1	0	$1/3$	$-1/6$	0	0	12
x_2	0	1	$-1/6$	$1/3$	0	0	6
R_1	0	0	$-3/2$	-1	0	0	8

بما ان R_1 ظهرت في جدول الحل الأخير وكانت قيمتها (8) فإن هذا يعني اننا فشلنا في تحقيق الهدف الجديد والذي هو الوصول إلى ربح مقداره (8) وحدات أي انه لا يمكن الوصول الى ربح أعلى من "132"

الحالة الثانية :- تساوي الأهداف في الأهمية:-

في هذه الحالة تكون الأهداف جميعها لها نفس الأهمية لذا يجب علينا أن نحققها جميعاً، فعلى سبيل المثال نفترض أن المصنع يسعى لتحقيق هدفين متساويين في الأهمية أولهما تحقيق ربح مقداره 100 جنيه والهدف الثاني انتاج 10 حقائب بدلاً من 12 حقيبة و بما أن المصنع اعتبر الهدفين متساويين من حيث الأهمية فإن الفشل في تحقيق احدهما يتساوى مع الفشل في تحقيق الآخر والان نفترض الرموز التالية في التعبير عن الأهداف والفشل في تحقيقها :-

R_1 مقدار الفشل في تحقيق الهدف الأول (تحقيق ربح مقداره 100 جنيه).

R_2 مقدار الزيادة في تحقيق الهدف الأول.

R_3 مقدار الفشل في تحقيق الهدف الثاني (إنتاج 10 حقائب).

R_4 مقدار الزيادة في تحقيق الهدف الثاني.

ويمكن صياغة المشكلة كبرمجة أهداف كما يلي:-

تصغير مقدار الفشل في تحقيق الهدفين:-

$$R_1 + R_2 \rightarrow \text{Min}$$

طبقاً لشروط التالية

$$x_1 + 6x_2 + R_1 - R_2 = 100$$

$$x_1 + R_3 - R_4 = 10$$

S.T

$$4x_1 + 2x_2 \leq 60$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 48$$

$$x_1, x_2, R_1, R_2, R_3, R_4 \geq 0$$

ويمكن الان حل المشكلة باستخدام طريقة السمبلكس كالآتي:

متغيرات اساسية	x_1	x_2	s_1	s_2	R_1	R_2	R_3	R_4	الحل	النسبة
s_1	4	2	1	0	0	0	0	0	60	15
s_2	2	4	0	1	0	0	0	0	48	24
R_1	8	6	0	0	1	-1	0	0	100	12.5
R_3	1	0	0	0	0	0	1	-1	10	10 م.خ
R_1+R_3	9	6	0	0	1	-1	1	-1	110	
صافي الربح	-9	-6	0	0	-1	1	-1	1		

م.د

بما أن الهدفين متساويين في الأهمية قمنا بجمع قيم الهدفين معاً ثم نوجد صافي الربح بإشارة مخالفة لإشارة حاصل جمع الهدفين كما هو مبين في الجدول أعلاه، ثم نبحث في صافي الربح عن أكبر رقم يحمل إشارة سالبة وهو (-9) ويعتبر المتغير الداخل في جدول الحل الأساسي الأول ويكون المتغير الخارج هو المقابل لأقل ناتج قسمة ثوابت الحل على العناصر المقابلة لها في عمود المتغير الداخل وعليه يكون جدول الحل الأساس الثاني كما هو مبين ادناه:

متغيرات أساسية	x_1	x_2	s_1	s_2	R_1	R_2	R_3	R_4	الحل	النسبة
s_1	0	2	1	0	0	0	-4	4	20	5
s_2	0	4	0	1	0	0	-2	2	28	14
R_1	1	6	0	0	1	-1	-8	8	20	2.5م.خ
x_1	0	0	0	0	0	0	1	-1	10	
R_1+R_3	0	6	0	0	1	-1	-8	8	20	
صافي الربح	0	-6	0	0	0	1	8	-8		

م.د.

نلاحظ ان أكبر رقم يحمل إشارة سالبة في دالة الربح الصافي هو -8 مقابل للمتغير R_4 لذا فان هذا المتغير يجب ان يدخل في الحل ويخرج المتغير R_1 المقابل لأقل ناتج قسمة وعليه يكون جدول الحل الي سيحسن الحل كالاتي:

متغيرات أساسية	x_1	x_2	s_1	s_2	R_1	R_2	R_3	R_4	الحل
s_1	0	-1	1	0	$-1/2$	$1/2$	0	0	10
s_2	0	$5/2$	0	1	$-1/4$	$1/4$	0	0	23
x_1	1	$3/4$	0	0	$1/8$	$-1/8$	0	0	12.5
R_4	0	$3/4$	0	0	$1/8$	$-1/8$	-1	1	2.5
R_1+R_3	0	0	0	0	0	0	0	0	
صافي الربح	0	0	0	0	0	0	0	0	

نلاحظ ان هدف إنتاج 10 حقائب قد تحقق قدرها (2.5) وذلك من خلال قيمة R_4 (2.5) وكذا قيمة x_1 والتي تساوي 12.5 كما ان تحقيق أرباح قدرها 100 قد تحقق بدون زيادة ولا نقصان وذلك نقصان لعدم ظهور R_2, R_1 في جدول الحل النهائي.

ثالثاً:- عدم تساوي أهمية الأهداف

إن فرض تساوي أهمية الأهداف للإدارة هو فرض غير واقعي فإذا تصورنا ان هدف الشركة هو زيادة الإنتاج وان هذا الهدف يمكن تحقيقه بإنتاج نوعين من المنتجات اما أن ينتج المنتج الأول أو المنتج الثاني فإن الشركة قد تضيق الكثير من الوقت.

في إنتاج النوعين قبل الاخر لان أهميتها بالنسبة له متساوية ولكن من المنطقي ان تكون الأهداف مرتبه حسب أولوياتها للإدارة ففي مثالنا السابق إذا افترضنا ان الإدارة قد أعطت أولويات لأهداف الثلاثة وهذه الأهداف مرتبة A_1, A_2, A_3

A_1 تشير إلى أهميه تحقيق أرباح قدرها 135 جنيه.

A_2 تشير إلى إنتاج حقائب لتحقيق هدف قدرة 13 حقيبة (زيادة إنتاج).

A_3 إنتاج احذية لتحقيق هدف قدرة 5 أزواج من الأحذية.

وإذا استخدمنا الرموز التالية:-

R_1 مقدار العجز في تحقيق الأرباح.

R_2 مقدار الزيادة في تحقيق الربح.

R_3 مقدار العجز في تحقيق الزيادة في إنتاج الحقائب.

R_4 مقدار الزيادة في تحقيق إنتاج الحقائب.

R_5 مقدار العجز في تحقيق هدف إنتاج الأحذية.

R_6 مقدار الزيادة في تحقيق هدف إنتاج الأحذية.

وبذلك تكون دالة الهدف هي:-

$$A_1R_1 + A_2R_3 + A_3R_5$$

وفقاً للقيود الاتية

$$8x_1 + 6x_2 + R_1 - R_2 = 135$$

$$x_1 + R_3 - R_4 = 13$$

$$x_2 + R_5 - R_6 = 5$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 60$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 48$$

$$x_1, x_2, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6 \geq 0$$

وباستخدام طريقة السمبلكس يمكن تكوين جدول الحل الأساسي المسموح به كما يلي:-

متغيرات اساسية	x_1	x_2	S_1	S_2	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	الحل
S_1	4	2	1	0	0	0	0	0	0	0	60
S_2	2	4	0	1	0	0	0	0	0	0	48
R_1	8	6	0	0	1	-1	0	-1	0	0	135
R_3	1	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	13
R_5	0	1	0	0	0	0	0	0	1	-1	5
A_3	0	-1	0	0	0	0	0	0	-1	1	
A_2	-8	-6	0	0	0	1	0	0	0	0	
A_1	-1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	

نلاحظ من الجدول أعلاه:-

- وجود صف لكل من الربح المتنازل عنه لكل من الهدف الأول والهدف الثاني والهدف الثالث وحيث أننا لا نضيف انحرافات من هدف إنتاج الحقايب إلى هدف تحقيق الأرباح (الاختلاف في وحدات التمييز) فنحن بحاجة إلى صفوف للأهداف المنفصلة لنتمكن من متابعتها، وقد جرت العادة ان تكتب صفوف الأهداف المنفصلة من أسفل إلى أعلى بحسب الأهمية.
- قيمة صافي الربح لاي عمود موضحة ومبينه في صفوف الأولوية في نهاية الجدول فعلى سبيل المثال نجد أن قيمة صافي الربح لعمود المتغير x_1 قد اشتملت عليه صفوف كل من A_1, A_2 عند قاع الجدول وتقرأ $(-A_1 - A_2 8)$ وبالمثل فإن قيمة صافي الربح لعمود المتغير x_2 تقرأ $(-A_3 1 - A_2 6)$
- عند اختيار المتغير الداخل نبدأ أولاً بأكثر الأهداف أهمية ونحدد أكبر قيمة سالبة لصافي الربح في صف هذا المتغير فإذا لم توجد هذه القيمة ننقل الى الهدف الذي يليه في الأهمية وهكذا وفي مثالنا هذا فإن المتغير الداخل يقع في صف A_2 مقابل ل x_1 المقابل لأكبر رقم سالب (-8).
- بعدها نقوم بتحديد المتغير الخارج وتتبع نفس الأسلوب المتبع في طريقة السمبلكس فنجد أن المتغير الخارج هو R_3 الذي يمثل مقدار العجز في تحقيق هدف انتاج الاحذية.
- اذا وجدنا قيمة سالبة لصافي الربح للهدف الذي نسعى لتحقيقه لها قيمة موجبه في صفوف صافي ربح الأهميات الدنيا فإننا نستبعدا لان مثل هذه القيمة الموجبة تعني أن الاحرافات عن الأهداف الدنيا سوف تزيد اذا ما دخلناها الحل وهذا ما نتجنبه حيث انه لا يعطي حلول أفضل.

وبعد قيامنا بتطبيق خطوات السمبلكس على جدول الحل الأساسي المسموح به نحصل على جدول الحل النهائي الآتي:-

متغيرات اساسية	x_1	x_2	S_1	S_2	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	الحل
S_1	0	2	1	0	0	0	0	4	0	0	8
S_2	0	4	0	1	0	0	0	2	0	0	22
R_1	0	6	0	0	1	-1	0	8	0	0	31
x_1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	13
R_5	0	1	0	0	0	0	0	0	1	-1	5
A_3	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	
A_2	0	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	
A_1	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	

نلاحظ ان صف A_2 لازال يحتوي على إشارة سالبة (-6) فهذا يعني اننا لم نتوصل إلى الحل الأمثل لذا فإننا نقوم بتكوين جدول حل آخر يكون فيه المتغير الداخل هو x_2 والمتغير الخارج S_1 المقابل لاقل ناتج قسمه $(2/8 = 4)$ وعليه يكون جدول الحل الجديد على النحو الآتي:-

متغيرات اساسية	x_1	x_2	S_1	S_2	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	الحل
x_2	0	1	$1/2$	0	0	0	0	2	0	0	4
S_2	0	0	-2	1	0	0	0	6	0	0	6
R_1	0	0	-3	0	1	-1	0	-4	0	0	7
x_1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	13
R_5	0	0	$1/2$	0	0	0	0	1	1	-1	1
A_3	0	0	$1/2$	0	0	0	-2	2	0	0	
A_2	0	0	3	0	0	0	-4	4	0	0	
A_1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	

نلاحظ من الجدول أعلاه انه مازالت توجد إشارة سالبة في صفوف الأهمية A_2, A_3 هي (-4,-2) على التوالي ومع ذلك نجد أنه في كلتا الحالتين توجد قيمة موجبة في صف الهدف الأول تحتها (1) لذلك نستبعدا وان أكثر الأهداف أهمية هو هدف انتاج (13) حقيقية تم تحقيقها وثاني الأهداف أهمية هو تحقيق ربح مقداره (128) جنبة ويتضح ذلك من خلال قيمة R_1 وهو مقدار الفشل في تحقيق الهدف الأول الذي هو ربح مقداره (135) حيث كانت قيمة الفشل تساوي (7) فإن هذا يعني ان الربح المتحقق هو (128) أما أقل الأهداف أهمية هو الهدف الثالث المتمثل بإنتاج (5) احذيه حيث أننا لم نستطيع تحقيق الهدف وحققنا فقط إنتاج (4) احذيه من قيمة x_2 والتي تساوي 4 وكذا من خلال قيمة R_5 والتي توضح مقدار الفشل في تحقيق الهدف الثالث (انتاج 5 احذيه) والذي يساوي (1) كما اننا نلاحظ انه توجد 6 ساعات عمل غير مستخدمه على الاله من النوع الثاني.

النتائج:-

توصلت الدراسة الى أن:-

- 1- البرمجة بالأهداف تساعد المؤسسة في تخصيص الموارد بحيث يحقق هذا التخصيص أفضل النتائج لتخصيص الموارد المحدوده على عدد من الأنشطة المتنافسة بهدف زيادة الأرباح وتقليل التكاليف وبالتالي اتخاذ القرارات المناسبة.
- 2- انه يمكن استخدام البرمجة بالأهداف في حالة نذره الموارد , وهذه النذرة تمثل أهم القيود التي تخضع لها الإدارة في سعيها لتحقيق الهدف، وتكون هذه القيود على شكل متباينات تسمى بالقيود الهيكلية.
- 3- وجود بدائل مختلفة لتحقيق الهدف حيث توجد أساليب علمية لمزج الموارد للوصول الى الهدف ويكون لكل بديل عائد متوقع.
- 4- ان برمجة الأهداف تعمل من خلال هدف رئيسي واحد وأهداف أخرى فرعية أو مجموعة من الأهداف المختلفة وبالتالي فان متغيرات القرار ليس بالضرورة أن تكون متجانسة على عكس البرمجة الخطية التي تعمل من خلال هدف واحد يشترط فيها ان تكون متغيرات القرار متجانسة.

المراجع

- [1] انيسة بن رمضان، بومدين محمد رشيد "البرمجة الخطية بالأهداف كاداة مساعدة على اتخاذ القرارات " المجلة الجزائرية للعلوم والسياسات الاقتصادية العدد (2) لعام 2011م.
- [2] حامد سعد الشمري، علي خليل الزبيدي "برمجة الأهداف" مجلة التقني المجلد عشرون العدد (2) لعام 2007 م.
- [3] عبدالرزاق محمد مجاهد " الطرق الكمية وحل المشاكل العملية باستخدام الحاسبات الالكترونية (1996)م.
- [4] عفاف علي حسن الدش "بحوث العمليات واتخاذ القرارات- الجزء الثاني –البرمجة متعددة الأهداف (2013)م.
- [5] محمد أحمد مصطفى جمعة (طالب ماجستير) جامعة طنطا (2014-2015) البرمجة الخطية وبرمجة الأهداف.

RESEARCH ARTICLE

LINEAR PROGRAMMING WITH GOALSS

Abeer salem Abdo-Rabo Omer^{1,*}¹ Dept. of Statistics and Informatics, Faculty of Administrative Sciences, University of Aden, Yemen* Corresponding author: Abeer salem Abdo- Rabo Omer E-mail: abeer.salem1985@gmail.com

Received: 31 January 2026 / Accepted 21 February 2026 / Published online: 31 March 2026

Abstract

The study aimed to give researchers an idea of goal_oriented programming, its practical importance, and its significance to other operations research. Goal programming is considered a subcategory of mathematical programming methods. This study addresses the concepts of goal programming, how to formulate single-goal and multi- goal problems, and how to prioritize goals, providing practical examples to clarify the concept for the reader. The study concluded that:

- 1- Goal-based programming helps the organization allocate resources in a way that achieves the best results for allocating limited resources across a number of competing activities, with the aim of increasing profits and reducing costs, thus enabling appropriate decision-making.
- 2- It is possible to use goal-based programming in the case of scarce resources. This scarcity represents the most important constraints that management is subject to in its pursuit of the goal, and these constraints are in the form of inequalities called structural constraints.
3. The existence of different alternatives to achieve the goal, where scientific methods exist for combining resources to reach the objective, and each alternative has an expected return.
4. Goal programming operates through one main objective and other sub-objectives or a set of different objectives. Therefore, the decision variables are not necessarily homogeneous, unlike linear programming, which operates through a single objective and requires homogeneous decision variables.

Keywords: Programming with goals; Multi-objective programming; Single-objective programming; Internal variable; External variable.

كيفية الاقتباس من هذا البحث:

عمر، ع. س. ع. (2026). البرمجة الخطية بالأهداف. مجلة جامعة عدن الإلكترونية للعلوم الإنسانية والاجتماعية، (1)7، ص9-20.
<https://doi.org/10.47372/ejua-hs.2026.1.509>

حقوق النشر © 2026 من قبل المؤلفين. المرخص لها EJUA، عدن، اليمن. هذه المقالة عبارة عن مقال مفتوح الوصول يتم توزيعه بموجب شروط وأحكام ترخيص (Creative Commons Attribution (CC BY-NC 4.0).

